

A TABLE OF VALUES OF $\tau(n)$.

By HANSRAJ GUPTA, *Government College, Hoshiarpur.*

(Communicated by Prof. D. S. Kothari, F.N.I.)

(Received February 23; read March 7, 1947.)

Ramanujan's function $\tau(n)$ is defined by the relation:

$$\sum_1^{\infty} \tau(n)x^n = x \prod_1^{\infty} (1-x^n)^{24}, \quad |x| < 1.$$

Lehmer (1943), in order to verify a conjecture of Ramanujan, computed a table of values of $\tau(n)$ for values of n up to 300.

More recently the following interesting congruence properties of this function have been obtained by Hardy, Watson, Mordell, Wilton, Ramanathan, Lahiri, Chowla, Bambah and me:—

(1) $\tau(n) \equiv \sigma_{11}(n) \pmod{2^8}$ if n is odd.

(2) $\tau(n) \equiv K\sigma_7(n) \pmod{3^4}$

where $K = n^2$ if $n \not\equiv 2 \pmod{3}$

and $K = n^2 + 9$ if $n \equiv 2 \pmod{3}$.

(3) $\tau(n) = 5n^2\sigma_7(n) - 4n\sigma_9(n) \pmod{5^3}$ if $n \not\equiv 0 \pmod{5}$.

(4) $\tau(n) \equiv n\sigma_3(n) \pmod{7}$.

(5) $\tau(n) \equiv 0 \pmod{23}$ if $\left(\frac{n}{23}\right) = -1$.

(6) $\tau(n) \equiv \sigma_{11}(n) \pmod{691}$

where $\sigma_k(n) = \sum_{d|n} d^k$.

The table is here extended to $n = 400$.

n	$\tau(n)$	n	$\tau(n)$
1	1	11	5 34612
2	-24	12	-3 70944
3	252	13	-5 77738
4	-1472	14	4 01856
5	4830	15	12 17160
6	-6048	16	9 87136
7	-16744	17	-69 05934
8	84480	18	27 27432
9	-1 13643	19	106 61420
10	-1 15920	20	-71 09760

n	$\tau(n)$	n	$\tau(n)$
21	-42 19488	61	69564 78662
22	-128 30688	62	12682 36032
23	186 43272	63	19028 38392
24	212 88960	64	26992 96768
25	-254 99225	65	-27904 74540
26	138 65712	66	-32333 33376
27	-732 79080	67	-1 54818 26884
28	246 47168	68	1 01655 34848
29	1284 06630	69	46981 04544
30	-292 11840	70	19409 64480
31	-528 43168	71	97914 85272
32	-1967 06304	72	-96005 60640
33	1347 22224	73	14637 91322
34	1657 42416	74	43731 19536
35	-808 73520	75	-64258 04700
36	1672 82496	76	-1 56936 10240
37	-1822 13314	77	-89515 43328
38	-2558 74080	78	34941 59424
39	-1455 89976	79	3 81168 45680
40	4080 38400	80	47678 66880
41	3081 20442	81	16651 88361
42	1012 67712	82	-73948 90608
43	-171 25708	83	-2 93350 99668
44	-7869 48864	84	62110 86336
45	-5488 95690	85	-3 33556 61220
46	-4474 38528	86	4110 16992
47	26873 48496	87	3 23584 70760
48	2487 58272	88	4 51640 21760
49	-16969 65207	89	-2 49929 17110
50	6119 81400	90	1 31734 96560
51	-17402 95368	91	96736 45072
52	8504 30336	92	-2 74428 96384
53	-15960 55698	93	-1 33164 78336
54	17586 97920	94	-6 44963 63904
55	25821 75960	95	5 14946 58600
56	-14145 33120	96	-4 95699 88608
57	26866 77840	97	7 50135 68546
58	-30817 59120	98	4 07271 64968
59	-51892 03740	99	-6 07549 11516
60	-17916 59520	100	3 75348 59200

n	$\tau(n)$	n	$\tau(n)$
101	8 17429 59102	141	67 72118 20992
102	4 17670 88832	142	-23 49956 46528
103	-22 57551 28648	143	-30 88656 67656
104	-4 88073 06240	144	-11 21810 96448
105	-2 03801 27040	145	62 02040 22900
106	3 83053 36752	146	-3 51309 91728
107	9 02412 58356	147	-42 76352 32164
108	10 78668 05760	148	26 82179 98208
109	7 34826 76310	149	-111 54336 20850
110	-6 19722 23040	150	15 42193 12800
111	-4 59177 55128	151	-82 44472 97848
112	-1 65286 05184	152	90 06767 61600
113	-8 51468 62638	153	78 48110 57562
114	-6 44802 68160	154	21 48370 39872
115	9 00470 03760	155	-25 52325 01440
116	-18 90145 59360	156	21 43084 44672
117	6 56558 79534	157	131 51167 54406
118	12 45408 89760	158	-91 48042 96320
119	11 56329 58896	159	-40 22060 35896
120	10 28256 76800	160	-95 00914 48320
121	4983 19933	161	-31 21629 46368
122	-16 69554 87888	162	-3 99645 20664
123	7 76463 51384	163	-35 78327 59588
124	7 77851 43296	164	-45 35532 90624
125	-35 90011 00500	165	65 07083 41920
126	-4 56681 21408	166	70 40423 92032
127	-26 27172 01024	167	275 48338 92216
128	33 80713 88160	168	-35 64623 46240
129	-43156 78416	169	-145 83791 97393
130	6 69713 88960	170	80 05358 69280
131	63 15287 59932	171	-121 15957 53060
132	-19 83111 13728	172	2 52090 42176
133	-17 85148 16480	173	-95 03874 49578
134	37 15638 45216	174	-77 66032 98240
135	-35 39379 56400	175	42 69590 23400
136	-58 34133 04320	176	52 77347 51232
137	-29 71987 46214	177	-130 76793 42480
138	-11 27545 09056	178	59 98300 10640
139	59 67935 77940	179	168 13842 24780
140	11 90458 21440	180	80 79744 55680

n	$\tau(n)$			n	$\tau(n)$		
181	-99	67744	96018	221	398	98204	97292
182	-23	21674	81728	222	110	20261	23072
183	175	30326	22824	223	733	48630	21472
184	157	49836	18560	224	329	36503	54176
185	-88	00903	06620	225	289	78084	26675
186	31	95954	80064	226	204	35247	03312
187	-369	19951	87608	227	-135	98395	65924
188	-395	57769	86112	228	-395	47897	80480
189	122	69849	15520	229	-1182	44112	23170
190	-123	58718	06400	230	-216	11280	90240
191	276	24033	50592	231	-225	57889	18656
192	68	02227	85536	232	1084	77921	02400
193	544	23876	85442	233	-1756	33534	48518
194	-180	03256	45104	234	-157	57411	08816
195	-70	31995	84080	235	1297	98932	35680
196	249	79327	84704	236	763	85079	05280
197	-287	60915	04354	237	960	54451	11360
198	145	81178	76384	238	-277	51910	13504
199	72	83914	02200	239	-713	95774	62960
200	-215	41745	28000	240	120	15024	53760
201	-390	14203	74768	241	-23	13069	09358
202	-196	18310	18448	242	-1	19596	78392
203	-215	00406	12720	243	1340	07966	51732
204	256	17147	81696	244	-1023	99365	90464
205	148	82217	34860	245	-819	63419	49810
206	541	81230	87552	246	-186	35124	33216
207	-211	86773	59896	247	-615	95074	67960
208	-57	03059	78368	248	-446	41908	32640
209	569	97230	69040	249	-739	24451	16336
210	48	91230	48960	250	861	60264	12000
211	-679	31684	39188	251	1298	30535	45252
212	234	93939	87456	252	-280	09781	13024
213	246	74542	88544	253	996	69169	30464
214	-216	57902	00544	254	630	52128	24576
215	-8	27171	69640	255	-840	56266	27440
216	-619	06166	78400	256	-1364	18730	96704
217	88	48060	04992	257	2396	11925	65506
218	-176	35842	31440	258	10	35762	81984
219	36	88754	13144	259	305	09797	29616
220	-380	09630	13120	260	410	75785	22880

n	$\tau(n)$			n	$\tau(n)$		
261	-1459	25146	53090	301	28	67528	54752
262	-1515	66902	38368	302	1978	67351	48352
263	-2427	37284	64488	303	2059	92256	93704
264	1138	13334	83520	304	1052	42714	93120
265	-770	89490	21340	305	3359	97919	37460
266	428	43555	95520	306	-1883	54653	81488
267	-629	82151	11720	307	1531	10928	28556
268	2278	92491	73248	308	1317	66717	78816
269	2583	77065	43670	309	-5689	02924	19296
270	849	45109	53600	310	612	55800	34560
271	-376	79323	60528	311	4987	51605	75912
272	-681	70960	65024	312	-1229	94411	72480
273	243	77585	58144	313	-9948	08327	56438
274	713	27699	09136	314	-3156	28021	05744
275	-1363	21916	75700	315	919	07094	33360
276	-691	56098	88768	316	-5610	79968	40960
277	-1641	89320	05874	317	8336	92483	59366
278	-1432	30458	70560	318	965	29448	61504
279	600	52561	41024	319	6864	77252	77560
280	-683	21949	69600	320	1303	76033	89440
281	2103	57229	07082	321	2274	07971	05712
282	-1625	30837	03808	322	749	19107	12832
283	1671	31763	26532	323	-7362	70628	66280
284	-1441	30663	20384	324	-245	11572	67392
285	1297	66539	67200	325	1473	18712	53050
286	741	27760	23744	326	858	79862	30112
287	-515	91686	80848	327	1851	76344	30120
288	2235	42945	05472	328	2603	00149	40160
289	1342	00281	04723	329	-4499	69632	17024
290	-1488	48965	49600	330	-1561	70002	06080
291	1890	34192	73592	331	-6358	40219	25868
292	-215	47008	25984	332	4318	12667	11296
293	-2392	68589	87458	333	2070	72676	42902
294	1026	32455	71936	334	-6611	60134	13184
295	-2506	38540	64200	335	-7477	72238	49720
296	-1539	33807	66720	336	-416	52085	06368
297	-3917	58755	16960	337	12100	14283	35986
298	2677	04069	00400	338	3500	11007	37432
299	-1077	09266	78736	339	-2145	70093	84776
300	945	87845	18400	340	4909	95333	15840

n	$\tau(n)$			n	$\tau(n)$		
341	-2825	05917	30816	371	2672	43566	07312
342	2907	82980	73440	372	1960	18561	10592
343	6152	23444	10800	373	-5516	17340	23378
344	-144	67798	11840	374	8860	78845	02592
345	2269	18449	47520	375	-9046	82773	26000
346	2280	92987	89872	376	22702	72009	42080
347	-15566	15610	78204	377	-7418	53896	02940
348	-4763	16689	58720	378	-2944	76379	72480
349	-2564	30221	94650	379	14646	31163	22980
350	-1024	70165	61600	380	-7580	01374	59200
351	4233	61091	21040	381	-6620	47346	58048
352	-10516	15505	94048	382	-6629	76804	14208
353	2490	98152	45602	383	23144	95717	33632
354	3138	43042	19520	384	8519	39898	16320
355	4729	28738	63760	385	-4323	59542	74240
356	3678	95739	85920	386	-13061	73044	50608
357	2913	95056	41792	387	194	62168	34244
358	-4035	32213	94720	388	-11041	99728	99712
359	15758	41508	53560	389	-14987	15716	11810
360	-4637	07078	91200	390	1687	67900	17920
361	-282	43824	81819	391	-12874	92059	76048
362	2392	25879	04432	392	-14335	96206	87360
363	12	55766	23116	393	15914	52475	02864
364	-1423	96055	45984	394	6902	61961	04496
365	707	01120	85260	395	18410	43646	34400
366	-4207	27829	47776	396	8943	12297	51552
367	-17790	12201	29584	397	20811	06802	73846
368	1840	34449	48992	398	-1748	13936	52800
369	-3501	57313	90206	399	-4498	57337	52960
370	2112	21673	58880	400	-2517	12029	69600

REFERENCE.

Lehmer, D. H. (1943). *Duke Math. J.*, **10**, 483-492.